

Referat Datenbanken,
Programmentwicklung
(ZI 5)
Dr. Wolfgang Mausberg

Anteile, Zugriffe und Reihenfolgen (AZUR)

Berechnungsverfahren für Sitzverteilungen und Reihenfolgen
bei der Besetzung von Gremien
und für die Zuteilung sonstiger Berechtigungen
im parlamentarischen Bereich

ZI 5 - Arbeitspapier 1998/002

Hans Schepers,
dem langjährigen Leiter der Gruppe Datenverarbeitung

Inhaltsverzeichnis	Seite:
Einleitung	1
1. Aufgabenstellung	1
Beispiel 1	2
2. Verfahren nach Hare/Niemeyer	4
Geschichte.....	4
Verfahrensidee und Algorithmus	4
Beispiel 2	5
Vorteile	5
Nachteile.....	5
Beispiel 3	6
3. Verfahren nach d'Hondt	6
Geschichte.....	6
Verfahrensidee	7
Formel für die Rangmaßzahlen	7
Beispiel 4	9
Formel für die Höchstzahlen.....	10
Beziehung zwischen Rangmaßzahlen und Höchstzahlen nach d'Hondt	11
Algorithmus.....	11
Beispiel 5	12
Vorteile	12
Nachteile.....	12
Beispiel 6	13
4. Verfahren nach Sainte Laguë/Schepers	14
Geschichte.....	14
Verfahrensidee	14
Formel für die Rangmaßzahlen	14
Beispiel 7	15
Formel für die Höchstzahlen.....	16
Beziehung zwischen Rangmaßzahlen und Höchstzahlen nach Sainte Laguë/Schepers	17
Algorithmus.....	17
Beispiel 8	18
Vorteile	18
Beispiel 9	19
Nachteile.....	19
5. Vereinheitlichung der inkrementellen Verfahren	20
Vereinheitlichte Formel - Darstellung für die Rangmaßzahlen.....	20
6. Vorschläge zum Ausschluß von Mehrdeutigkeiten bei den inkrementellen Verfahren	20
7. Musterberechnungen	21
Anhang:	
Musterberechnung nach Hare/Niemeyer	A 1
Musterberechnung nach d'Hondt.....	A 3
Musterberechnung nach Sainte Laguë/Schepers.....	A 5

Einleitung

Im Zusammenhang mit Parlamentswahlen und der darauf folgenden Aufgabe, die parlamentarischen Ausschüsse zu besetzen, wird häufig der Wunsch geäußert, eine möglichst verständliche Beschreibung der Verfahren zur Berechnung von Anteilen und Reihenfolgen im parlamentarischen Bereich zu erhalten. Ein Versuch dazu wurde mit dem Arbeitspapier ZI 5 - AP 1995/003 vom 1. April 1995 gemacht. Dieses Arbeitspapier wird hier in einer überarbeiteten Fassung vorgelegt.

Der Deutsche Bundestag faßt zu Beginn einer Wahlperiode einen Beschluß über das Verfahren, nach dem die Ausschußsitze der verschiedenen Fraktionen berechnet werden sollen. In den Wahlperioden 9 bis 13 entschied er sich für das in Kapitel 4 beschriebene Verfahren nach Sainte Laguë/Schepers.

1. Aufgabenstellung

Ein Verteilungsverfahren wird angewendet, wenn es darum geht, aus den "Anteilen" der verschiedenen "Parteien" in einer "Ausgangsmenge" die entsprechenden Anteile (Sitze) in einem zu besetzenden "abgeleiteten Gremium" zu ermitteln. Bei einer Parlamentswahl z.B. sind unter Parteien die politischen Parteien, unter Ausgangsmenge ist die Summe der gültigen Stimmen und unter Anteilen sind die jeweils auf eine Partei entfallenden Stimmen zu verstehen; bei der Besetzung eines parlamentarischen Ausschusses ist die Ausgangsmenge die Gesamtzahl der Abgeordneten im Plenum, die Parteien sind hier die Fraktionen, Gruppen und fraktionslosen Abgeordneten, ihre Anteile sind die jeweiligen Stärken im Plenum.

Wie schon in diesen Beispielen, ist das zu besetzende, abgeleitete Gremium in der Regel kleiner als die Ausgangsmenge.

Eng verbunden mit der Aufgabe, **Anteile** in einem Gremium zu ermitteln, ist die Aufgabe, aus den gegebenen Anteilen in einer Ausgangsmenge eine **Reihenfolge** abzuleiten; etwa die Reihenfolge, in welcher Parteien ein Wahlrecht ausüben können. Das Wahlrecht kann sich zum Beispiel auf die Vorsitze in den parlamentarischen Ausschüssen oder auf die Bestellung von Berichterstattern beziehen.

Eine wichtige Forderung bei dieser Aufgabe ist, daß das abgeleitete Gremium mit seinen Anteilen der verschiedenen Parteien möglichst die Ausgangsmenge mit deren Aufteilung repräsentiert.

So ist ein möglicher und in der Praxis bedeutender Grundsatz für die parlamentarische Repräsentanz die **Verhältnistreue**. Soweit das Wahlrecht die Verhältniswahl vorsieht, soll die Zusammensetzung eines Parlaments verhältnistreu, das heißt proportional zu den Anteilen der verschiedenen Parteien am Wahlergebnis sein; ebenso soll bei der Besetzung eines parlamentarischen Ausschusses die Zusammensetzung proportional zur Zusammensetzung des Plenums sein.

Dazu können im parlamentarischen Bereich weitere Forderungen kommen:

Ein Beispiel dafür ist die Vorgabe, daß jede Partei der Ausgangsmenge auch im abgeleiteten Gremium mit wenigstens einem Anteil (Sitz) vertreten sein soll; dies ist insbesondere bei kleinen Gremien oft nur durch eine radikale Maßnahme wie z. B. durch die Einführung eines sogenannten Grundmandates zu erfüllen. So wurde Ende 1994 in der Geschäftsordnung des Deutschen Bundestages der folgende Satz angefügt: "Jede Fraktion des Deutschen Bundestages ist durch mindestens einen Vizepräsidenten oder eine Vizepräsidentin im Präsidium vertreten." (**Forderung der Mindestvertretung**).

Eine weitere Forderung ergibt sich aus der Möglichkeit der Koalitionsbildung zwecks Erlangung einer Mehrheit. Danach sollen die Mehrheitsverhältnisse in der Ausgangsmenge (Plenum) sich auch in den abgeleiteten Gremien (Ausschüsse) wiederfinden (**Forderung der Mehrheitstreue**). Diese praktisch sehr wichtige Forderung wird im folgenden nicht weiter behandelt. Es sei dazu aber auf einen Vorschlag von F. Hermsdorf, Mathematiker im Dienst des Bundesrates, verwiesen ¹⁾.

Der Grundsatz der Verhältnistreue, also der Proportionalität in der Zusammensetzung der Ausgangsmenge und des abgeleiteten Gremiums, bringt in aller Regel die Schwierigkeit mit sich, daß die Übertragung der exakten Verhältnisse auf das abgeleitete Gremium, die nach einer einfachen Dreisatz-Rechnung vorgenommen werden müßte, zu nicht-ganzzahligen Anteilen führt.

Beispiel 1:

(die Beispiele stellen jeweils Auszüge aus den im Anhang gegebenen Musterberechnungen dar, auf die deshalb verwiesen wird.)

Ausgangsmenge hat die Summe 356
abgeleitetes Gremium soll die Summe 47 haben

Partei	Anteil in der Ausgangsmenge	Anteil im abgeleiteten Gremium
A	203	26,80...
B	119	15,71...
C	34	4,48...

Der streng proportionale Anteil im abgeleiteten Gremium ergibt sich aus der

$$\text{Proportionalitäts-Rechnung: } \frac{203}{356} \times 47 = 26,80 \dots \text{ usw.}$$

Wenn es sich bei der Zusammensetzung der Gremien um Individuen handelt, und das ist im parlamentarischen Bereich der Fall, sind nicht-ganzzahlige Anteile untragbar, und das einfache Dreisatz-Verfahren ist deshalb nicht anwendbar. (Anders verhält es sich etwa bei der Repräsentanz in einer Wohnungseigentümer-Versammlung, bei der die Stimmen der einzelnen Eigentümer möglicherweise je-

¹⁾ Fred Hermsdorf, ZParl (1990) Heft 3, Seite 528,
und private Mitteilung (1995)

weils das Gewicht ihrer nicht-ganzzahligen Eigentumsanteile bekommen.) Damit dennoch die Ganzzahligkeit der Anteile der beteiligten Parteien in einem Gremium erreicht wird, sind verschiedene Verfahren entwickelt worden.

Im folgenden wird auf die besonders gebräuchlichen Verfahren nach

- Hare / Niemeyer
- d´Hondt
- Sainte Laguë / Schepers

im einzelnen eingegangen.

Für die Ermittlung von Anteilen (Sitzverteilungen) werden an derartige Verfahren grundsätzlich die folgenden Anforderungen gestellt:

- die ermittelten Anteile in der Zusammensetzung des abgeleiteten Gremiums müssen ganzzahlig sein (**Integritätsforderung**)
- die Summe der einzelnen Anteile muß der vorgegebenen Größe des abgeleiteten Gremiums entsprechen (**Summenforderung**)
- die einzelnen Anteile der Parteien im Gremium sollen sich zueinander und zur Größe des Gremiums so verhalten, wie sich ihre Anteile in der Ausgangsmenge verhalten (**Proportionalitätsforderung**).
- die Anteile sollen sich aus dem Verfahren eindeutig ergeben, d. h. das Verfahren soll für eine vorgegebene Größe des abgeleiteten Gremiums nicht mehrere gleich gültige Verteilungen liefern (**Eindeutigkeitsforderung**).

Für die Ermittlung von Reihenfolgen gibt es im wesentlichen nur eine Forderung:

- das Verfahren soll eine durchgehend eindeutige Reihenfolge für die Zugriffe der beteiligten Parteien liefern (**Eindeutigkeitsforderung für Reihenfolgen**).

Wie oben andeutungsweise schon festgestellt, lassen sich diese Forderungen nur in Ausnahmefällen alle zugleich erfüllen. Wenn man also von der Integritätsforderung und der Summenforderung nicht abrücken will bzw. kann, müssen die notwendigen Abstriche bei der Proportionalitätsforderung gemacht werden. Das heißt, das Ergebnis solcher Berechnungen trifft zwar in der Summe das vorgegebene Gremium, und die Zusammensetzung besteht aus ganzzahligen Anteilen der einzelnen Parteien, die Verhältnisse zwischen den Anteilen in dem abgeleiteten Gremium und in der Ausgangsmenge stimmen meistens jedoch nicht exakt überein. Auch liefern die Verfahren nicht immer eindeutige Ergebnisse.

Die verschiedenen Verfahren haben jeweils spezifische Vor- und Nachteile. Sie werden im folgenden dargestellt.

Dabei soll hier schon auf einen bemerkenswerten Unterschied zwischen dem Verfahren nach Hare/Niemeyer einerseits und den Verfahren nach d´Hondt und Sainte Laguë/Schepers andererseits hingewiesen werden:

Das Verfahren nach Hare/Niemeyer befaßt sich bei der Berechnung mit einer einzigen Soll-Größe, nämlich der integralen Stärke des abzuleitenden Gremiums. Es kann daher auch als "**Integrales Verfahren**" bezeichnet werden.

Die Verfahren nach d' Hondt und Sainte Laguë/Schepers bauen im Unterschied dazu das abzuleitende Gremium schrittweise auf und durchlaufen dabei alle Gremien mit einer darunter liegenden Stärke - bei Eins beginnend - , bis die vorgegebene Stärke des abzuleitenden Gremiums erreicht ist. Die zu dieser Klasse gehörigen Verfahren können deshalb als "**Inkrementelle Verfahren**" bezeichnet werden.

2. Verfahren nach Hare/Niemeyer

Geschichte

Das Verfahren wurde in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts von dem Engländer Thomas Hare vorgeschlagen und schon für die Besetzung der Ausschüsse im Reichstag verwendet. Im Jahr 1970 brachte der Mathematiker Horst Niemeyer beim Bundestagspräsidenten dieses Verfahren in Erinnerung, das daraufhin vom Deutschen Bundestag für die Besetzung der Ausschüsse und Gremien beschlossen wurde und bis zum Ende der 8. Wahlperiode im Einsatz war.

Für die Bundestagswahlen wird seit der 11. Wahlperiode dieses Verfahren für die Umsetzung der Zweitstimmen in Sitze aus den Landeslisten der Parteien angewendet.

Verfahrensidee und Algorithmus

Die Anteile der Parteien im abgeleiteten Gremium werden in zwei Schritten berechnet:

Im ersten Schritt werden jeweils die Anteile der Parteien in der Ausgangsmenge mit der Gesamtstärke des abgeleiteten Gremiums multipliziert und durch die Gesamtstärke des Ausgangsgremiums dividiert. Dies entspricht der streng proportionalen Berechnung im Dreisatzverfahren (s. Beispiel 1).

Im zweiten Schritt werden die sich im ersten Schritt ergebenden - in der Regel nicht ganzzahligen - Stärken aufgespalten in ihren ganzzahligen Anteil und den Rest, welcher naturgemäß kleiner als 1 ist.

Die so ermittelten ganzzahligen Anteile werden den Parteien vorab zugeschrieben. Dabei wird, wenn nicht zufällig alle Reste Null sind, mit der Summe der ganzzahligen Anteile noch nicht die gewünschte Summe des abgeleiteten Gremiums erreicht. Die fehlenden, noch zu vergebenden Anteile werden den Parteien in der Reihenfolge der Größen der beim ersten Schritt entstandenen Reste zugeteilt.

Beispiel 2:

(Fortführung des Beispiels 1)

Partei	Ergebnis der Proportionalitätsrechnung (s. Beispiel 1)	davon ganzer Anteil	Rest	Reihenfolge der Reste nach Größe	Ergebnis Hare/Niemeyer
A	26,80...	26	0,80...	1.	$26 + 1 = 27$
B	15,71...	15	0,71...	2.	$15 + 1 = 16$
C	4,48...	4	0,48...	3.	4
Summe		45			47
Soll		47			
noch zu verteilen		2			

Vorteile

Das Verfahren hat den Vorteil, daß es sich - zumindest in seinem ersten Schritt - der proportionalen Rechnung bedient und damit in seiner Anwendung durchschaubar ist und plausibel erscheint.

Nachteile

Dessen ungeachtet kann das Verfahren insbesondere bei kleinen Anteilen zu erheblichen Abweichungen von der Proportionalität führen.

Wenn mehr Reste identisch sind, als noch Anteile anhand der Reste zu vergeben sind, liegt eine Mehrdeutigkeit vor, für die das Verfahren keine Lösung anbietet.

Das Verfahren nach Hare/Niemeyer berechnet eine Verteilung der Anteile für eine einzige vorgegebene Summe des abgeleiteten Gremiums (im obigen Beispiel für die Summe 47). Will man nicht nur die Zusammensetzung der vorgegebenen Summe aus Anteilen der einzelnen Parteien, sondern auch eine Reihenfolge bestimmen, in welcher diese Anteile zustande kommen, so muß das Verfahren mehrfach angewendet werden: man muß die Berechnungen jeweils für vorgegebene Summen von 1, 2, 3, bis zum gewünschten Endwert der Reihe durchführen.

Dies wäre an sich noch kein Nachteil des Verfahrens von Hare/Niemeyer für die Bestimmung einer Reihenfolge. Tatsächlich können jedoch beim Aufbau der Endsumme des abgeleiteten Gremiums aus den Berechnungen für die verschiedenen Zwischengrößen **Rücksprünge**, sogenannte "unlogische Sprünge" auftreten. Bei diesen wird, wenn man zu einem nächstgrößeren Gremium in der Berechnung fortschreitet, einer Partei ein Sitz, der ihr schon zugeteilt war, wieder entzogen.

Solche Fälle treten in Fortführung des Beispiels 1 unter anderem beim 17. Platz (also zwischen Gremien mit der Summe 16, 17 und 18) auf, wie das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 3:

(Fortführung des Beispiels 2, mit den Ausgangswerten von Beispiel 1. Siehe auch Musterberechnung am Ende des Papiers)

Partei	Anteile in einem Gremium mit der Summe (nach Hare/Niemeyer)		
	16	17	18
A	9	10	10
B	5	6	6
C	2	1	2

Partei C hätte in diesem Beispiel also in einem Gremium der Stärke 16 bereits 2 Sitze, in einem (größeren!) Gremium der Stärke 17 dagegen nur 1 Sitz.

Es versteht sich, daß eine **Reihenfolge** an solchen Rücksprung-Stellen durch das Verfahren nicht festgelegt wird.

Doch, auch wenn man sich auf die **Zusammensetzung** eines Gremiums beschränkt, ist das Vorkommen solcher Rücksprünge als Nachteil des Verfahrens anzusehen. So empfiehlt es sich bei jeder Berechnung nach diesem Verfahren, auch eine Rechnung für ein um Eins kleineres Gremium auszuführen. Nur so kann festgestellt werden, ob etwa ein unlogischer Sprung gerade für die Endsumme des zu besetzenden Gremiums auftritt - ein Ergebnis, mit dem die so benachteiligte Partei schwerlich einverstanden wäre.

3. Verfahren nach d´ Hondt

Geschichte

Das Verfahren wurde von dem belgischen Professor der Rechtswissenschaft Victor d´ Hondt in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts entwickelt.

Es wurde beim Deutschen Bundestag für die Besetzung der Ausschüsse eingesetzt, bis es am 4. November 1970 (in der 6. Wahlperiode) durch das Verfahren nach Hare/Niemeyer abgelöst wurde.

Für die Besetzung einiger besonderer Gremien, z.B. für die Mitglieder kraft Wahl des Richterwahlausschusses, nach dem Richterwahlgesetz, ist das Verfahren nach d'Hondt bis heute (13. Wahlperiode des Deutschen Bundestages) im Einsatz.

Dieses überhaupt bisher am häufigsten eingesetzte Verfahren wird auch an anderen Stellen, insbesondere auf der Landesebene, verwendet.

Verfahrensidee

(Dem Leser, der weniger an einer theoretischen Betrachtung interessiert ist, wird empfohlen, diesen Abschnitt zu überspringen und beim Abschnitt "Algorithmus" fortzufahren.)

Das Verfahren lässt sich auf folgenden Grundgedanken zurückführen:

Durch eine strenge Proportionalitätsrechnung wird festgestellt, wie groß ein abzuleitendes Gremium **sein müsste**, damit sich für die Partei A genau ein Anteil der Größe 1 ergäbe. Durch Multiplikation der sich so ergebenden Größe mit 2, 3, erhält man die **Größen fiktiver Gremien**, für welche die Partei nach der Proportionalitätsrechnung das Anrecht auf 2, 3, Sitze erhielte. Dasselbe wird anschließend für die anderen Parteien B, C ... durchgeführt.

Dabei ergeben sich in aller Regel für die Größen dieser fiktiven Gremien nicht-ganzzahlige Werte, und auch die anderen, gerade nicht betrachteten Parteien hätten bei einer solchen Größe des abzuleitenden Gremiums nicht-ganzzahlige Anteile. Das stört jedoch nicht, weil diese Werte nur als Zwischengrößen fungieren und der **Herstellung einer Reihenfolge für die Zugriffe der einzelnen Parteien** dienen. Diesem Zweck entsprechend werden diese Größen der fiktiven Gremien "**Rangmaßzahlen**" genannt.

In der Reihenfolge der Rangmaßzahlen werden anschließend die Einzel-Anteile (Sitze) den verschiedenen Parteien zugeteilt, bis die gewünschte Summe des abzuleitenden Gremiums erreicht ist.

Für die Beschreibung des Verfahrens mittels einer Formel werden folgende Bezeichnungen eingeführt:

A_{ag}	fiktiver Anteil einer Partei an einem fiktiven abgeleiteten Gremium (ag) wird ansteigend $i = 1, 2, 3, \dots$ gesetzt
S_{ag}	Stärke des zugehörigen fiktiven abgeleiteten Gremiums
A_{am}	Anteil der Partei an der Ausgangsmenge (am)
S_{am}	Stärke der Ausgangsmenge

Formel für die Rangmaßzahlen:

$$\frac{S_{ag}}{A_{ag}} = \frac{S_{am}}{A_{am}}$$

Mit $i = 1, 2, 3, \dots$ statt A_{ag} ergeben sich die Rangmaßzahlen:

$$S_{ag} = i \times \frac{S_{am}}{A_{am}}$$

i durchläuft die Werte 1, 2, 3,

Berechnungen gemäß dieser Formel werden für jede Partei j mit ihrem je spezifischen Wert A_{am} durchgeführt.

In der Praxis müssen die Berechnungen für die verschiedenen Parteien bis zu solchen Werten des Laufindex i durchgeführt werden, bis insgesamt die gewünschte Stärke des abgeleiteten Gremiums erreicht ist. D. h., i muß für jede Partei wenigstens den Wert erreichen, der ihrem letztendlichen Anteil im abgeleiteten Gremium entspricht.

Hierzu wird auf das folgende Beispiel verwiesen.

Beispiel 4: (mit den Ausgangswerten von Beispiel 1)

Fiktiver Anteil A _{ag}	Partei	Proportionali- tätsrechnung	Stärke des fiktiven abgelei- teten Gremiums (Rangmaßzahl) S _{ag}	Reihenfolge ("Rang")
1	A	$1 \times \frac{356}{203} =$	1,75...	1
	B	$1 \times \frac{356}{119} =$	2,99...	2
	C	$1 \times \frac{356}{34} =$	10,47...	9
2	A	$2 \times \frac{356}{203} =$	3,50...	3
	B	$2 \times \frac{356}{119} =$	5,98...	5
	C	$2 \times \frac{356}{34} =$	20,94...	...
3	A	$3 \times \frac{356}{203} =$	5,26...	4
	B	$3 \times \frac{356}{119} =$	8,97...	8
	C	$3 \times \frac{356}{34} =$	31,41...	...
4	A	$4 \times \frac{356}{203} =$	7,01...	6
	B	$4 \times \frac{356}{119} =$	11,96...	...
	C	$4 \times \frac{356}{34} =$	41,88...	...
5 usw.	A	$5 \times \frac{356}{203} =$	8,76...	7
	B	$5 \times \frac{356}{119} =$	14,95...	...
	C	$5 \times \frac{356}{34} =$	52,35...	...

Diese Tabelle ist beispielsweise folgendermaßen zu lesen:

Ein fiktiver Anteil von (ganzzahlig!) zwei Sitzen käme der Partei A in einem fiktiven abgeleiteten Gremium mit der Stärke 3,50... zu, der Partei B dagegen erst in einem Gremium der Stärke 5,98... . Der Partei A käme allerdings in einem kleineren Gremium, nämlich mit der Stärke 5,26..., schon ein dritter Sitz zu, und erst in einem Gremium der Stärke 10,47... stände der Partei C ihr erster Sitz zu. Entsprechend "rangieren" die fiktiven Gremien.

Die somit festgestellte Reihenfolge, die "Ränge", werden in dem folgenden Schritt zu einer Verteilung der Anteile ausgewertet.

noch Beispiel 4:

Auswertung der Rangmaßzahlen

Rang	gehört zu Partei	Also steht dieser zu der Einzel-Anteil (Sitz) Nr.	Bisherige Zusammensetzung des fiktiven Gremiums Partei		
			A	B	C
1	A	1	1	-	-
2	B	2	1	1	-
3	A	3	2	1	-
4	A	4	3	1	-
5	B	5	3	2	-
6	A	6	4	2	-
7	A	7	5	2	-
8	B	8	5	3	-
9	C	9	5	3	1
...

Formel für die Höchstzahlen:

Statt mit den in diesem Beispiel vorgeführten Rangmaßzahlen wird in der Praxis beim Verfahren nach d'Hondt häufiger mit den sogenannten "**Höchstzahlen**" gearbeitet, die zu den Rangmaßzahlen in einem einfachen Umkehr-Verhältnis stehen. Kehrt man die obige Formel für S_{ag} um, so erhält man die folgende Formel:

$$\frac{1}{S_{ag}} = \frac{A_{am}}{i} \times \frac{1}{S_{am}} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Der (konstante!) Faktor $\frac{1}{S_{am}}$ spielt für die zu ermittelnde Reihenfolge keine

Rolle und wird nach links genommen, so daß sich die Höchstzahlen ergeben:

$$\frac{S_{am}}{S_{ag}} = \frac{A_{am}}{i} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Auch in dieser Version müssen die Rechnungen für jede Partei j mit ihrem je spezifischen Wert A_{am} gemacht werden.

Beziehung zwischen Rangmaßzahlen und Höchstzahlen nach d'Hondt:

Aus obigen Formeln ergeben sich die Beziehungen:

$$\text{Rangmaßzahl} = \frac{\text{Stärke der Ausgangsmenge}}{\text{Höchstzahl}}$$

$$\text{Höchstzahl} = \frac{\text{Stärke der Ausgangsmenge}}{\text{Rangmaßzahl}}$$

Während die Rangmaßzahlen aufsteigend geordnet werden müssen, um die Reihenfolge der Zugriffe der verschiedenen Parteien vorzugeben, müssen entsprechend der Umkehrung des Bruches die Höchstzahlen absteigend geordnet werden.

Nach diesem letzteren Aspekt der Verfahrensidee hat sich der Name **d'Hondt'sches Höchstzahlverfahren** eingebürgert.

Im folgenden wird beschrieben, wie die Höchstzahlen nach d'Hondt auf einfache Weise berechnet werden können.

Algorithmus

(dargestellt nur für die Höchstzahlen)

Die Anteile der einzelnen Parteien an der Ausgangsmenge werden der Reihe nach durch 1, 2, 3, ... geteilt. Die so entstehenden Werte entsprechen den Höchstzahlen nach dem d'Hondt'schen Verfahren (s.o.).

Diese Höchstzahlen werden absteigend geordnet und bestimmen, da sie ja jeweils einer bestimmten Partei zugeordnet sind, die Reihenfolge, in der die Parteien ihren Anteil am abgeleiteten Gremium jeweils um 1 erhöhen dürfen, in der sie also "zugreifen" dürfen.

Diese Zugriffe der einzelnen Parteien entsprechend ihren Höchstzahlen werden solange fortgeführt, bis die vorgegebene Soll-Stärke des abzuleitenden Gremiums erreicht ist.

Beispiel 5:

(mit den Ausgangswerten von Beispiel 1)

Partei	Anteil in Ausgangsmenge	Berechnung der Höchstzahlen				
		: 1	: 2	: 3	: 4	: 5 usw.
A	203	203	101,5	67,66...	50,75	40,6
B	119	119	59,5	39,66...	29,75	23,8
C	34	34	17	11,33...	8,5	6,8

noch Beispiel 5:

Auswertung der Höchstzahlen

Höchstzahlen absteigend	Partei	Zugriff auf Anteil Nr.	Bisherige Zusammensetzung Partei		
			A	B	C
203	A	1	1	-	-
119	B	2	1	1	-
101,5	A	3	2	1	-
67,66...	A	4	3	1	-
59,5	B	5	3	2	-
50,75	A	6	4	2	-
40,6	A	7	5	2	-
39,66...	B	8	5	3	-
34	C	9	5	3	1
.....				

Vorteile

Ein Vorteil des Verfahrens besteht darin, daß seine Anwendung einem einfachen Algorithmus folgt. Ein weiterer Vorteil ist, daß es (mit Einschränkungen, s. u.) zur Bestimmung einer Reihenfolge geeignet ist.

Nachteile

Nachteilig ist, daß das Verfahren bei bestimmten Konstellationen zu Mehrdeutigkeiten führen kann. Das heißt, wenn sich Verhältnisse der Ausgangsstärken der Parteien auf Quotienten mit kleinen Zählern und Nennern reduzieren lassen, so gibt es beim Aufbau der Stärke des abzuleitenden Gremiums Stellen, bei denen die Zugriffsberechtigung zwischen mehreren (2, 3, ...) Parteien nicht geregelt ist (siehe Beispiel 6).

Beispiel 6:

(Fortführung des Beispiels 5, Ausgangswerte von Beispiel 1)

Rangmaßzahlen aufsteigend	Partei	Zugriff auf Anteil Nr.	Bisherige Zusammensetzung Partei		
			A	B	C
17,9495...	B	17	10	6	1
19,2906...	A	18	11	6	1
20,9411...	B oder C	19	11	7	1
			oder 11	6	2
20,9411...	C bzw. B	20	11	7	2
21,0443...	A	21	12	7	2

In der Version der Höchstzahlen kommt die Mehrdeutigkeit in ihrer Entstehung noch klarer zum Vorschein; es handelt sich um die Stelle bei den Zugriffen, wo die Höchstzahlen der Partei B mit $119 : 7 = 17$ und der Partei C mit $34 : 2 = 17$ zusammenfallen.

Solche Mehrdeutigkeiten treten im gewählten Beispiel im weiteren bei den Zugriffen 40, 49, 61, 82 usw. auf.

Ein derartiges Vorkommnis ist nicht von Bedeutung, wenn es nicht gerade dort eintritt, wo die angestrebte Stärke des abzuleitenden Gremiums erreicht wird und damit die Zuteilung des letzten Sitzes unentschieden bleibt (in diesem Fall bei einem Gremium der Soll-Stärke 19, aber schon nicht mehr bei 20).

Die Eignung, eine Reihenfolge festzulegen, wird jedoch durch ein solches Vorkommnis beeinträchtigt. An solchen Stellen, wo das d'Hondtsche Verfahren keine Festlegung trifft, bleibt nur die Möglichkeit, ein verfahrensfremdes Mittel für die Bestimmung des Zugriffs zu wählen, zum Beispiel den Losentscheid (siehe aber Abschnitt 6).

Ein weiterer Nachteil:

Es läßt sich zeigen und ist in der Praxis zu beobachten, daß das Verfahren bei starken Größenunterschieden der Anteile der Parteien zu größeren Abweichungen von der Proportionalität führt, und zwar in dem Sinne, daß die kleineren Parteien benachteiligt, die größeren begünstigt werden.

Dieses Verhalten wird bei dem folgenden Verfahren nach Sainte Laguë/Schepers vermieden.

4. Verfahren nach Sainte Laguë/Schepers

Geschichte

Mit dem Ziel, die Benachteiligung kleinerer Parteien nach d'Hondt zu vermeiden, wurde von dem Physiker Hans Schepers eine Modifikation entwickelt. ²⁾

Schepers, seinerzeit als Leiter der Gruppe Datenverarbeitung Bediensteter der Verwaltung des Deutschen Bundestages, schlug sein Verfahren dem Bundestag vor, der es seit der 8. Wahlperiode zur Ermittlung der Zugriffsreihenfolge für die Ausschußvorsitze und seit der 9. Wahlperiode auch für die Besetzung der Ausschüsse einsetzt.

Schepers entwickelte seine Vorstellungen in der Formulierung der Rangmaßzahlen. Es zeigte sich, daß sein Vorschlag zu identischen Ergebnissen führt wie das im Jahr 1912 von dem Franzosen A. Sainte Laguë vorgeschlagene Verfahren, der sein Modell in Termini der Höchstzahlendarstellung formulierte. Daß beide Betrachtungsweisen im Ergebnis gleichwertig sind, wurde bereits unter Punkt 3 ausgeführt.

Verfahrensidee

Das Verfahren läßt sich im Prinzip auf denselben Grundgedanken wie dasjenige nach d'Hondt zurückführen. Bei d'Hondt werden Rangmaßzahlen so bestimmt, daß sie bei Größen von fiktiven Gremien liegen, wo die betrachtete Partei einen **vollen** Anspruch auf 1, 2, 3, ... Sitze (Anteilseinheiten) hat. Es läßt sich zeigen, daß dadurch kleinere Parteien unverhältnismäßig lange auf den ersten und die weiteren Zugriffe "warten" müssen.

Um auch den kleineren Parteien bald zu ihrem ersten Zugriff zu verhelfen, verringert man die Anspruchsvoraussetzungen: Die Zugriffe erfolgen jeweils bereits dann, wenn die Voraussetzungen für den ersten bzw. den jeweils nächsten Zugriff erst **zur Hälfte** erfüllt sind (die andere Hälfte der Voraussetzung für den Zugriff wird "erlassen").

Formel für die Rangmaßzahlen:

Das drückt sich in der Formel für die Rangmaßzahlen (siehe Abschnitt 3) durch folgende Veränderung aus:

$$S_{ag} = (i - 0,5) \times \frac{S_{am}}{A_{am}} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Wie oben bereits ausgeführt, ist dies der gedankliche Weg, der dem Vorschlag von Schepers zugrunde liegt.

²⁾ Hans Schepers, Deutscher Bundestag,
Gruppe Datenverarbeitung,
Vermerk vom 8. Oktober 1980

Die Anwendung auf die Ausgangswerte des Beispiels 1 zeigt das folgende Beispiel 7.

Beispiel 7:

(mit den Ausgangswerten von Beispiel 1)

Fiktiver Anteil A_{ag}	Partei	Proportionalitäts rechnung	Stärke des fiktiven abgelei- teten Gremiums (Rangmaßzahl) S_{ag}	Reihenfolge ("Rang")
1	A	$(1 - 0,5) \times \frac{356}{203} =$	0,87...	1
	B	$(1 - 0,5) \times \frac{356}{119} =$	1,49...	2
	C	$(1 - 0,5) \times \frac{356}{34} =$	5,23...	6
2	A	$(2 - 0,5) \times \frac{356}{203} =$	2,63...	3
	B	$(2 - 0,5) \times \frac{356}{119} =$	4,48...	5
	C	$(2 - 0,5) \times \frac{356}{34} =$	15,70...	...
3	A	$(3 - 0,5) \times \frac{356}{203} =$	4,38...	4
	B	$(3 - 0,5) \times \frac{356}{119} =$	7,47...	8
	C	$(3 - 0,5) \times \frac{356}{34} =$	26,17...	...
4	A	$(4 - 0,5) \times \frac{356}{203} =$	6,13...	7
	B	$(4 - 0,5) \times \frac{356}{119} =$	10,47...	...
	C	$(4 - 0,5) \times \frac{356}{34} =$	36,64...	...
5	A	$(5 - 0,5) \times \frac{356}{203} =$	7,89...	9
	B	$(5 - 0,5) \times \frac{356}{119} =$	13,46...	...
	C	$(5 - 0,5) \times \frac{356}{34} =$	47,11...	...
usw.				

Wie schon bei d'Hondt (Abschnitt 3) werden auch bei Sainte Laguë/Schepers anschließend die Ränge zu einer Verteilung der Anteilseinheiten ausgewertet.

noch Beispiel 7:

Auswertung der Rangmaßzahlen

Rang	gehört zu Partei	Also steht dieser zu der Einzel-Anteil (Sitz) Nr.	Bisherige Zusammensetzung des fiktiven Gremiums Partei		
			A	B	C
1	A	1	1	-	-
2	B	2	1	1	-
3	A	3	2	1	-
4	A	4	3	1	-
5	B	5	3	2	-
6	C	6	3	2	1
7	A	7	4	2	1
8	B	8	4	3	1
9	A	9	5	3	1
...

Formel für die Höchstzahlen:

Wie bei dem Verfahren nach d'Hondt (siehe Abschnitt 3) beschrieben, ergeben sich auch bei dem Verfahren nach Sainte Laguë/Schepers die Höchstzahlen durch die Umkehrung der Rangmaßzahlen.

Der Änderung in der Formel für die Rangmaßzahlen entspricht auch eine Änderung in der Formel für die Höchstzahlen, weshalb auch hier der laufende Index i jeweils um 0,5 verringert wird:

$$\frac{S_{am}}{S_{ag}} = \frac{A_{am}}{i - 0,5} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Aus praktischen Gründen wird die gesamte Formel durch 2 dividiert; da es bei den Höchstzahlen allein auf die Reihenfolge ankommt, ist eine solche Veränderung der Formel unerheblich:

$$\frac{1}{2} \times \frac{S_{am}}{S_{ag}} = \frac{A_{am}}{2i - 1} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{S_{am}}{S_{ag}} = \frac{A_{am}}{i} \quad i = 1, 3, 5, \dots$$

Dabei wurde der Nenner $2i - 1$ mit dem Laufindex i über alle positiven ganzen Zahlen ersetzt durch i , welches dann nur über die ungeraden Zahlen läuft.

Hier werden die Werte $\frac{1}{2} \times \frac{S_{am}}{S_{ag}}$ Höchstzahlen genannt.

Beziehung zwischen Rangmaßzahlen und Höchstzahlen nach Sainte Laguë/Schepers

Aus obigen Formeln ergeben sich die Beziehungen:

$$\text{Rangmaßzahl} = \frac{\text{Stärke der Ausgangsmenge}}{2 \times \text{Höchstzahl}}$$

$$\text{Höchstzahl} = \frac{\text{Stärke der Ausgangsmenge}}{2 \times \text{Rangmaßzahl}}$$

Während die Rangmaßzahlen aufsteigend geordnet werden müssen, um die Reihenfolge der Zugriffe der verschiedenen Parteien vorzugeben, müssen auch bei diesem Verfahren entsprechend der Umkehrung des Bruches die Höchstzahlen absteigend geordnet werden.

Für dieses Verfahren hat sich der Name **Rangmaßzahlverfahren nach Sainte Laguë/Schepers** eingebürgert.

Im folgenden wird noch einmal in Worten beschrieben, wie die Höchstzahlen nach Sainte Laguë/Schepers berechnet werden können.

Algorithmus

(nur für die Höchstzahlen ausgeführt)

Nach der obenstehenden Formel werden die Höchstzahlen beim Verfahren nach Sainte Laguë/Schepers also berechnet, indem man die Anteile der Parteien in der Ausgangsmenge durch die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, ... teilt.

Die so entstehenden Höchstzahlen werden absteigend geordnet und bestimmen, da sie ja jeweils einer bestimmten Partei zugeordnet sind, die Reihenfolge, in der die Parteien ihren Anteil am abgeleiteten Gremium jeweils um 1 erhöhen dürfen, in der sie also "zugreifen" dürfen.

Die Zugriffe der einzelnen Parteien entsprechend ihren Höchstzahlen werden solange fortgeführt, bis die vorgegebene Soll-Stärke des abzuleitenden Gremiums erreicht ist.

Beispiel 8:

(mit den Ausgangswerten von Beispiel 1)

Partei	Anteil in Ausgangsmenge	Berechnung der Höchstzahlen				
		: 1	: 3	: 5	: 7	: 9 usw.
A	203	203	67,66...	40,6	29	22,55...
B	119	119	39,66...	28,8	17	13,22...
C	34	34	11,33...	6,8	4,85...	3,77...

noch Beispiel 8:

Auswertung der Höchstzahlen

Höchstzahlen absteigend	Partei	Zugriff auf Anteil Nr.	Bisherige Zusammensetzung Partei		
			A	B	C
203	A	1	1	-	-
119	B	2	1	1	-
67,66...	A	3	2	1	-
40,6	A	4	3	1	-
39,66...	B	5	3	2	-
34	C	6	3	2	1
29	A	7	4	2	1
28,8	B	8	4	3	1
22,55...	A	9	5	3	1
.....				

Folgendes soll noch einmal besonders herausgestellt werden:

Der Übergang von der Division durch alle natürlichen Zahlen bei d'Hondt zur Division nur durch die ungeraden Zahlen bei Sainte Laguë/Schepers ist Ausdruck dafür, daß die Voraussetzungen für die Zugriffe der Parteien reduziert werden, wodurch die Zurücksetzung der kleineren Parteien beim Verfahren nach d'Hondt beim Verfahren nach Sainte Laguë/Schepers aufgehoben wird.

Vorteile:

Das Verfahren bietet zunächst einmal denselben Vorteil wie das Verfahren nach d'Hondt, nämlich den eines einfachen Algorithmus. Ebenso wie dieses ist es auch zur Festlegung einer Reihenfolge brauchbar - allerdings mit ähnlichen Einschränkungen wie das Verfahren nach d'Hondt.

Ein möglicher Vorteil gegenüber dem Verfahren nach d'Hondt ist die Aufhebung der Benachteiligung kleinerer Parteien. +

+ Außerdem: Es wird berichtet, Sainte Laguë habe nachgewiesen, daß sein Verfahren nach der "Methode der kleinsten Summe der Quadrate der Abweichungen" die beste Annäherung an die Proportionalität ergibt.

Dieser Sachverhalt zeigt sich auch in unserem Beispiel 9 einer Gegenüberstellung der Ergebnisse nach d'Hondt und nach Sainte Laguë/Schepers. Die Anteile der Parteien A, B und C sind hier berechnet für Gremien bis zu einer Gesamtstärke von (willkürlich) 20.

Beispiel 9:

(mit den Ausgangswerten von Beispiel 1)

Anteil Nr.	d'Hondt			Sainte Laguë/Schepers				
	Zugriff Partei	Zusammensetzung A B C			Zugriff Partei	Zusammensetzung A B C		
1	A	1	0	0	A	1	0	0
2	B	1	1	0	A	1	1	0
3	A	2	1	0	A	2	1	0
4	A	3	1	0	A	3	1	0
5	B	3	2	0	B	3	2	0
6	A	4	2	0	C	3	2	1
7	A	5	2	0	A	4	2	1
8	B	5	3	0	B	4	3	1
9	C	5	3	1	A	5	3	1
10	A	6	3	1	A	6	3	1
11	B	6	4	1	B	6	4	1
12	A	7	4	1	A	7	4	1
13	A	8	4	1	A	8	4	1
14	B	8	5	1	B	8	5	1
15	A	9	5	1	A	9	5	1
16	A	10	5	1	C	9	5	2
17	B	10	6	1	B	9	6	2
18	A	11	6	1	A	10	6	2
19	B/C	11	7	1	A	11	6	2
			oder					
		11	6	2				
20	C/B	11	7	2	B	11	7	2

Während die kleinere Partei C ihren ersten Sitz nach d'Hondt erst in einem Gremium der Gesamtstärke 9 erhält, bekommt sie diesen nach Sainte Laguë/Schepers bereits bei einem Gremium der Stärke 6, den zweiten Sitz statt bei 19/20 (Mehrdeutigkeit !) schon bei 16 usw.

Nachteile:

Auch bei diesem Verfahren können Mehrdeutigkeiten auftreten wie bei dem Verfahren nach d'Hondt (dazu wird auf Beispiel 6 verwiesen). Jedoch sind, wenn man die Gesamtheit vieler unterschiedlicher Berechnungsaufgaben betrachtet, solche Vorkommnisse bei Sainte Laguë/Schepers seltener.

5. Vereinheitlichung der Inkrementellen Verfahren

Wie eingangs schon vermerkt, lassen sich die Verfahren nach d'Hondt und nach Sainte Laguë/Schepers dadurch charakterisieren, daß sie zunächst eine Reihenfolge bestimmen und durch Zugriff entsprechend dieser Reihenfolge die Anteile der Parteien an einem bestimmten abgeleiteten Gremium "inkrementell" aufbauen.

Die beiden Verfahren unterscheiden sich lediglich dadurch, wie hoch die Anspruchsvoraussetzung für den nächsten Zugriff erfüllt sein muß: voll (d'Hondt) oder zur Hälfte (Sainte Laguë/Schepers).

Dies läßt sich nutzen, um die Formeln für die Rangmaßzahlen bzw. die Höchstzahlen für die beiden Verfahren zu vereinheitlichen.

Vereinheitlichte Formel - Darstellung für die Rangmaßzahlen:

(Definitionen der symbolischen Bezeichnungen s. unter Abschnitt 3)

$$S_{ag} = (i - l) \times \frac{S_{am}}{A_{am}} \quad i = 1, 2, 3, \dots$$

Dabei wird der "Verfahrensparameter" l eingeführt, der die folgenden Werte hat:

Verfahren nach d'Hondt:	$l = 0$
Verfahren nach Sainte Laguë/Schepers:	$l = 0,5$

(Andere Werte für l zwischen 0 und 1 sind denkbar, haben aber nicht dieselbe Plausibilität für sich wie der Wert 0,5; dieser bedeutet, daß die konkurrierenden Zugriffe jeweils dann gestattet werden, wenn die Mitte des Zuteilungsintervalls erreicht ist.)

6. Vorschläge zum Ausschluß von Mehrdeutigkeiten bei den inkrementellen Verfahren

Unter dem Punkt "*Nachteile*" wurde bei der Behandlung der Verfahren nach d'Hondt und nach Sainte Laguë/Schepers (Abschnitte 3 bzw. 4) schon auf die möglicherweise auftretenden Mehrdeutigkeiten hingewiesen, die in Einzelfällen eine Verteilung und - häufiger - die Bestimmung einer Reihenfolge unmöglich machen. Diese Verfahren genügen demnach nicht der eingangs aufgestellten Forderung nach Eindeutigkeit, sowohl, was die Berechnung von Anteilen, wie auch, was die Festlegung von Reihenfolgen betrifft.

Als Ausweg, auf den man sich unabhängig von einem konkreten Anwendungsfall vorab verständigen könnte, hat Schepers vorgeschlagen ³⁾, bei einer Mehrdeutigkeit in der Zusammensetzung eines abgeleiteten Gremiums ggf. auf Kriterien einer

³⁾ Hans Schepers, Deutscher Bundestag,
Gruppe Datenverarbeitung,
Vermerk vom 19. März 1991

vorgelagerten Stufe zurückzugreifen und die Entstehungsgeschichte der Ausgangsmenge heranzuziehen. Nach diesem Vorschlag wären die Verhältniszahlen zu ermitteln, die angeben, wieviel Stimmen die Parteien für je einen Sitz in der Ausgangsmenge aufwenden mußten.

In absteigender Reihenfolge dieser Verhältnisse sollen dann die Anteilseinheiten (Sitze) im abgeleiteten Gremium, deren Zuordnung mehrdeutig ist, den Parteien zugeteilt werden.

Das bedeutet: die Parteien, die bei der Besetzung der Ausgangsmenge durch einen höheren Aufwand an Stimmen pro Sitz benachteiligt wurden, sollen zum Ausgleich bei der Besetzung des abgeleiteten Gremiums bevorzugt werden.

Der Verfasser hat ein Verfahren vorgeschlagen, wie durch eine Korrektur in der Formel für die Rangmaßzahlen solche Mehrdeutigkeiten schon in der Berechnung ausgeschlossen werden können. ⁴⁾

Diese Korrektur ist am Verfahrensparameter I (siehe Abschnitt 5) vorzunehmen und besteht in der alternierenden Addition und Subtraktion einer Zahl, deren Betrag sehr viel kleiner als 1 (z.B. 0,0001 oder kleiner, jedoch nicht 0) ist. (Jedesmal, wenn addiert wird, haben die kleineren Parteien für den Fall einer Mehrdeutigkeit einen Vorteil, wenn subtrahiert wird, die größeren. Durch das alternierende Verfahren gleichen sich Bevorzugungen und Benachteiligungen weitgehend aus.)

Hermsdorf, Mathematiker im Dienst des Bundesrates, hat zu diesem Vorschlag eine Abschätzung entwickelt, die für eine gegebene Verteilungsaufgabe eine obere Schranke für die Korrektur liefert, so daß keine Mehrdeutigkeiten mehr auftreten können, wenn man nur mit dieser Korrektur unterhalb der gegebenen Schranke bleibt. ⁵⁾

Das Korrekturverfahren ist bisher nicht anderweitig veröffentlicht worden und wurde bisher auch noch nicht zur Anwendung vorgeschlagen.

7. Musterberechnungen

Die in diesem Arbeitspapier verwendeten Beispiele sind automatisierten Berechnungen entnommen, für welche das Programmsystem AZUR eingesetzt wurde. Dieses Programmsystem, das auf einem Arbeitsplatzcomputer ablauffähig ist, wurde im Referat ZI 5 der Verwaltung des Deutschen Bundestages in den Jahren 1994/1995 als Prototyp entwickelt⁶⁾ und 1996/1997 programmiert.

Die vollständigen Berechnungsergebnisse bis zu einer Gesamtstärke des abzuleitenden Gremiums von 100 sind als Tabellen angehängt.

⁴⁾ Wolfgang Mausberg, Deutscher Bundestag, Referat ZI 5, Arbeitspapier 1994/002

⁵⁾ Fred Hermsdorf, private Mitteilung 1995

⁶⁾ Sabine Hilger, Deutscher Bundestag, Referat ZI 5, Programmsystem AZUR, Benutzungsanleitung, 1995

Herrn Dr. Hans Schepers, Herrn Dr. Fred Hermsdorf, Herrn Dieter Adam und Herrn Hermann-Josef Gerlach bin ich für wertvolle Hinweise und Anregungen dankbar; Frau Margret Dudszus-Hentschel und Frau Beate Amft danke ich für die sorgfältige Ausführung der Schreibarbeiten.

Deutscher Bundestag Ref. ZI 5	Telephon: 0228/ 16 - 2 54 74	AZUR Anteile Zugriffe Reihen	Datum/Zeit: 20.04.1998 17:23	Verfahren: Parameter: Auftrag von: Stichwort:	Hare/Niemeyer entfallen N.N. Musterberechnung	
Ausgangs- summe: 356	Anzahl der Beteiligten: 3		Beteiligt. Nr.: Name: Ausg.Stärke:	1 A 203	2 B 119	3 C 34
Rangmaß- zahlen: entfallen	mehrdeutig? noch übrig:	aktueller Zugriff:	Gremien- Größe:	Anteile:		
		A	1	1	0	0
		B	2	1	1	0
		A	3	2	1	0
		C	4	2	1	1
		(Zugriff mehrdeutig)	5	3	2	0 (Rück)
		C	6	3	2	1
		A	7	4	2	1
		B	8	4	3	1
		A	9	5	3	1
		A	10	6	3	1
		B	11	6	4	1
		A	12	7	4	1
		A	13	8	4	1
		B	14	8	5	1
		A	15	9	5	1
		C	16	9	5	2
		(Zugriff mehrdeutig)	17	10	6	1 (Rück)
		C	18	10	6	2
		A	19	11	6	2
		B	20	11	7	2
		A	21	12	7	2
		A	22	13	7	2
		B	23	13	8	2
		A	24	14	8	2
		C	25	14	8	3
		(Zugriff mehrdeutig)	26	15	9	2 (Rück)
		C	27	15	9	3
		A	28	16	9	3
		B	29	16	10	3
		A	30	17	10	3
		A	31	18	10	3
		B	32	18	11	3
		A	33	19	11	3
		A	34	20	11	3
		B	35	20	12	3
		A	36	21	12	3
		C	37	21	12	4
		(Zugriff mehrdeutig)	38	22	13	3 (Rück)
		C	39	22	13	4
		A	40	23	13	4
		B	41	23	14	4
		A	42	24	14	4
		A	43	25	14	4
		B	44	25	15	4
		A	45	26	15	4
		C	46	26	15	5
		(Zugriff mehrdeutig)	47	27	16	4 (Rück)
		C	48	27	16	5
		A	49	28	16	5
		B	50	28	17	5
		A	51	29	17	5

Deutscher Bundestag Ref. ZI 5	Telephon:	AZUR Anteile Zugriffe Reihen	Datum/Zeit:	Verfahren:	Hare/Niemeyer	
	0228/		20.04.1998	Parameter:	entfallen	
	16 - 2 54 74		17:23	Auftrag von:	N.N.	
				Stichwort:	Musterberechnung	
Ausgangs- summe: 356	Anzahl der Beteiligten: 3		Beteiligt. Nr.:	1	2	3
			Name:	A	B	C
			Ausg.Stärke:	203	119	34
Rangmaß- zahlen:	mehrdeutig? noch übrig:	aktueller Zugriff:	Gremien- Größe:	Anteile:		
		A	52	30	17	5
		B	53	30	18	5
		A	54	31	18	5
		B	55	31	19	5
		A	56	32	19	5
		A	57	33	19	5
		C	58	33	19	6
		(Zugriff mehrdeutig)	59	34	20	5 (Rück)
		C	60	34	20	6
		A	61	35	20	6
		B	62	35	21	6
		A	63	36	21	6
		A	64	37	21	6
		B	65	37	22	6
		A	66	38	22	6
		C	67	38	22	7
		(Zugriff mehrdeutig)	68	39	23	6 (Rück)
		C	69	39	23	7
		A	70	40	23	7
		B	71	40	24	7
		A	72	41	24	7
		A	73	42	24	7
		B	74	42	25	7
		A	75	43	25	7
		B	76	43	26	7
		A	77	44	26	7
		A	78	45	26	7
		C	79	45	26	8
		B	80	45	27	8
		A	81	46	27	8
		A	82	47	27	8
		B	83	47	28	8
		A	84	48	28	8
		A	85	49	28	8
		B	86	49	29	8
		A	87	50	29	8
		B	88	50	30	8
		A	89	51	30	8
		C	90	51	30	9
		A	91	52	30	9
		B	92	52	31	9
		A	93	53	31	9
		A	94	54	31	9
		B	95	54	32	9
		A	96	55	32	9
		B	97	55	33	9
		A	98	56	33	9
		C	99	56	33	10
		A	100	57	33	10

Deutscher Bundestag Referat ZI 5 AP 1998/002 Anhang: Musterberechnungen

Deutscher Bundestag	Telephon:	AZUR Anteile Zugriffe Reihen	Datum/Zeit:	Verfahren:	d'Hondt		
Ref. ZI 5	0228/ 16 - 2 54 74		20.04.1998	Parameter:	0	0	0
			17:20	Auftrag von:	N.N.		
				Stichwort:	Musterberechnung		
Ausgangs- summe: 356	Anzahl der Beteiligten: 3		Beteiligt. Nr.:	1	2	3	
			Name:	A	B	C	
			Ausg.Stärke:	203	119	34	
Rangmaß- zahlen:	mehrdeutig? noch übrig:	aktueller Zugriff:	Gremien- Größe:	Anteile:			
1,7536946		A	1	1	0	0	
2,9915966		B	2	1	1	0	
3,5073892		A	3	2	1	0	
5,2610837		A	4	3	1	0	
5,9831933		B	5	3	2	0	
7,0147783		A	6	4	2	0	
8,7684729		A	7	5	2	0	
8,9747899		B	8	5	3	0	
10,4705882		C	9	5	3	1	
10,5221675		A	10	6	3	1	
11,9663866		B	11	6	4	1	
12,2758621		A	12	7	4	1	
14,0295567		A	13	8	4	1	
14,9579832		B	14	8	5	1	
15,7832512		A	15	9	5	1	
17,5369458		A	16	10	5	1	
17,9495798		B	17	10	6	1	
19,2906404		A	18	11	6	1	
20,9411765	1	B (? mehrd.)	19	11	6(+1?)	1(+1?)	
20,9411765		C (? mehrd.)	20	11	7	2	
21,0443350		A	21	12	7	2	
22,7980296		A	22	13	7	2	
23,9327731		B	23	13	8	2	
24,5517241		A	24	14	8	2	
26,3054187		A	25	15	8	2	
26,9243697		B	26	15	9	2	
28,0591133		A	27	16	9	2	
29,8128079		A	28	17	9	2	
29,9159664		B	29	17	10	2	
31,4117647		C	30	17	10	3	
31,5665025		A	31	18	10	3	
32,9075630		B	32	18	11	3	
33,3201970		A	33	19	11	3	
35,0738916		A	34	20	11	3	
35,8991597		B	35	20	12	3	
36,8275862		A	36	21	12	3	
38,5812808		A	37	22	12	3	
38,8907563		B	38	22	13	3	
40,3349754		A	39	23	13	3	
41,8823529	1	B (? mehrd.)	40	23	13(+1?)	3(+1?)	
41,8823529		C (? mehrd.)	41	23	14	4	
42,0886700		A	42	24	14	4	
43,8423645		A	43	25	14	4	
44,8739496		B	44	25	15	4	
45,5960591		A	45	26	15	4	
47,3497537		A	46	27	15	4	
47,8655462		B	47	27	16	4	
49,1034483		A	48	28	16	4	
50,8571429	1	A (? mehrd.)	49	28(+1?)	16(+1?)	4	
50,8571429		B (? mehrd.)	50	29	17	4	
52,3529412		C	51	29	17	5	

Deutscher Bundestag Referat ZI 5 AP 1998/002 Anhang: Musterberechnungen

Deutscher Bundestag Ref. ZI 5	Telephon: 0228/ 16 - 2 54 74	AZUR Anteile Zugriffe Reihen	Datum/Zeit: 20.04.1998 17:20	Verfahren: Parameter: Auftrag von: Stichwort:	d'Hondt 0 0 N.N. Musterberechnung		0
Ausgangs- summe: 356	Anzahl der Beteiligten: 3		Beteiligt. Nr.: Name: Ausg.Stärke:	1 A 203	2 B 119	3 C 34	
Rangmaß- zahlen:	mehrdeutig? noch übrig:	aktueller Zugriff:	Gremien- Größe:	Anteile:			
52,6108374		A	52	30	17	5	
53,8487395		B	53	30	18	5	
54,3645320		A	54	31	18	5	
56,1182266		A	55	32	18	5	
56,8403361		B	56	32	19	5	
57,8719212		A	57	33	19	5	
59,6256158		A	58	34	19	5	
59,8319328		B	59	34	20	5	
61,3793103		A	60	35	20	5	
62,8235294	1	B (? mehrd.)	61	35	20(+1?)	5(+1?)	
62,8235294		C (? mehrd.)	62	35	21	6	
63,1330049		A	63	36	21	6	
64,8866995		A	64	37	21	6	
65,8151261		B	65	37	22	6	
66,6403941		A	66	38	22	6	
68,3940887		A	67	39	22	6	
68,8067227		B	68	39	23	6	
70,1477833		A	69	40	23	6	
71,7983193		B	70	40	24	6	
71,9014778		A	71	41	24	6	
73,2941176		C	72	41	24	7	
73,6551724		A	73	42	24	7	
74,7899160		B	74	42	25	7	
75,4088670		A	75	43	25	7	
77,1625616		A	76	44	25	7	
77,7815126		B	77	44	26	7	
78,9162562		A	78	45	26	7	
80,6699507		A	79	46	26	7	
80,7731092		B	80	46	27	7	
82,4236453		A	81	47	27	7	
83,7647059	1	B (? mehrd.)	82	47	27(+1?)	7(+1?)	
83,7647059		C (? mehrd.)	83	47	28	8	
84,1773399		A	84	48	28	8	
85,9310345		A	85	49	28	8	
86,7563025		B	86	49	29	8	
87,6847291		A	87	50	29	8	
89,4384236		A	88	51	29	8	
89,7478992		B	89	51	30	8	
91,1921182		A	90	52	30	8	
92,7394958		B	91	52	31	8	
92,9458128		A	92	53	31	8	
94,2352941		C	93	53	31	9	
94,6995074		A	94	54	31	9	
95,7310924		B	95	54	32	9	
96,4532020		A	96	55	32	9	
98,2068966		A	97	56	32	9	
98,7226891		B	98	56	33	9	
99,9605911		A	99	57	33	9	
101,7142857	1	A (? mehrd.)	100	57(+1?)	33(+1?)	9	
101,7142857		B (? mehrd.)	101	58	34	9	

Deutscher Bundestag Referat ZI 5 AP 1998/002 Anhang: Musterberechnungen

Deutscher Bundestag Ref. ZI 5	Telephon:	AZUR Anteile Zugriffe Reihen	Datum/Zeit:	Verfahren:	Ste. Lague/Schepers		
	0228/ 16 - 2 54 74		20.04.1998 17:15	Parameter: Auftrag von: Stichwort:	0,5 N.N. Musterberechnung	0	0
Ausgangs- summe: 356	Anzahl der Beteiligten: 3		Beteiligt. Nr.:	1	2	3	
			Name:	A	B	C	
			Ausg.Stärke:	203	119	34	
Rangmaß- zahlen:	mehrdeutig? noch übrig:	aktueller Zugriff:	Gremien- Größe:	Anteile:			
0,8768473		A	1	1	0	0	
1,4957983		B	2	1	1	0	
2,6305419		A	3	2	1	0	
4,3842365		A	4	3	1	0	
4,4873950		B	5	3	2	0	
5,2352941		C	6	3	2	1	
6,1379310		A	7	4	2	1	
7,4789916		B	8	4	3	1	
7,8916256		A	9	5	3	1	
9,6453202		A	10	6	3	1	
10,4705882		B	11	6	4	1	
11,3990148		A	12	7	4	1	
13,1527094		A	13	8	4	1	
13,4621849		B	14	8	5	1	
14,9064039		A	15	9	5	1	
15,7058824		C	16	9	5	2	
16,4537815		B	17	9	6	2	
16,6600985		A	18	10	6	2	
18,4137931		A	19	11	6	2	
19,4453782		B	20	11	7	2	
20,1674877		A	21	12	7	2	
21,9211823		A	22	13	7	2	
22,4369748		B	23	13	8	2	
23,6748768		A	24	14	8	2	
25,4285714	1	A (? mehrd.)	25	14(+1?)	8(+1?)	2	
25,4285714		B (? mehrd.)	26	15	9	2	
26,1764706		C	27	15	9	3	
27,1822660		A	28	16	9	3	
28,4201681		B	29	16	10	3	
28,9359606		A	30	17	10	3	
30,6896552		A	31	18	10	3	
31,4117647		B	32	18	11	3	
32,4433498		A	33	19	11	3	
34,1970443		A	34	20	11	3	
34,4033613		B	35	20	12	3	
35,9507389		A	36	21	12	3	
36,6470588		C	37	21	12	4	
37,3949580		B	38	21	13	4	
37,7044335		A	39	22	13	4	
39,4581281		A	40	23	13	4	
40,3865546		B	41	23	14	4	
41,2118227		A	42	24	14	4	
42,9655172		A	43	25	14	4	
43,3781513		B	44	25	15	4	
44,7192118		A	45	26	15	4	
46,3697479		B	46	26	16	4	
46,4729064		A	47	27	16	4	
47,1176471		C	48	27	16	5	
48,2266010		A	49	28	16	5	
49,3613445		B	50	28	17	5	

Deutscher Bundestag Referat ZI 5 AP 1998/002 Anhang: Musterberechnungen

Deutscher Bundestag Ref. ZI 5	Telephon:	AZUR Anteile Zugriffe Reihen	Datum/Zeit:	Verfahren:	Ste. Lague/Schepers		
	0228/ 16 - 2 54 74		20.04.1998 17:15	Parameter: Auftrag von: Stichwort:	0,5 N.N. Musterberechnung	0	0
Ausgangs- summe: 356	Anzahl der Beteiligten: 3		Beteiligt. Nr.: Name: Ausg.Stärke:	1 A 203	2 B 119	3 C 34	
Rangmaß- zahlen:	mehrdeutig? noch übrig:	aktueller Zugriff:	Gremien- Größe:	Anteile:			
49,9802956		A	51	29	17	5	
51,7339901		A	52	30	17	5	
52,3529412		B	53	30	18	5	
53,4876847		A	54	31	18	5	
55,2413793		A	55	32	18	5	
55,3445378		B	56	32	19	5	
56,9950739		A	57	33	19	5	
57,5882353		C	58	33	19	6	
58,3361345		B	59	33	20	6	
58,7487685		A	60	34	20	6	
60,5024631		A	61	35	20	6	
61,3277311		B	62	35	21	6	
62,2561576		A	63	36	21	6	
64,0098522		A	64	37	21	6	
64,3193277		B	65	37	22	6	
65,7635468		A	66	38	22	6	
67,3109244		B	67	38	23	6	
67,5172414		A	68	39	23	6	
68,0588235		C	69	39	23	7	
69,2709360		A	70	40	23	7	
70,3025210		B	71	40	24	7	
71,0246305		A	72	41	24	7	
72,7783251		A	73	42	24	7	
73,2941176		B	74	42	25	7	
74,5320197		A	75	43	25	7	
76,2857143	1	A (? mehrd.)	76	43(+1?)	25(+1?)	7	
76,2857143		B (? mehrd.)	77	44	26	7	
78,0394089		A	78	45	26	7	
78,5294118		C	79	45	26	8	
79,2773109		B	80	45	27	8	
79,7931034		A	81	46	27	8	
81,5467980		A	82	47	27	8	
82,2689076		B	83	47	28	8	
83,3004926		A	84	48	28	8	
85,0541872		A	85	49	28	8	
85,2605042		B	86	49	29	8	
86,8078818		A	87	50	29	8	
88,2521008		B	88	50	30	8	
88,5615764		A	89	51	30	8	
89,0000000		C	90	51	30	9	
90,3152709		A	91	52	30	9	
91,2436975		B	92	52	31	9	
92,0689655		A	93	53	31	9	
93,8226601		A	94	54	31	9	
94,2352941		B	95	54	32	9	
95,5763547		A	96	55	32	9	
97,2268908		B	97	55	33	9	
97,3300493		A	98	56	33	9	
99,0837438		A	99	57	33	9	
99,4705882		C	100	57	33	10	